Asignatura: Cálculo y diseño de elementos de máquinas 1

6° A Electromecánica

Profesor: Andrés Vennera

Email: andresvennera@gmail.com / **Teléfono:** 3547678967

Objetivo del trabajo Práctico:

- Expresión de vectores por componentes
- Operaciones de suma y resta de vectores. Multiplicar un vector por un escalar
- Obtener el módulo de un vector
- Descomponer un vector en ejes cartesianos.
- Repaso de magnitudes físicas vectoriales y unidades de medida asociadas
- Incorporación de vocabulario específico

Criterios de evaluación:

Participación en las instancias y medios de consulta.

Presentación en tiempo y forma de las actividades propuestas.

¡Hola chicas y chicos! Seguimos repasando conceptos vistos en otras asignaturas anteriores. Seguimos repasando lo visto en el TP N°2 (Magnitudes físicas), en particular profundizaremos el trabajo con las magnitudes vectoriales. Estos conocimientos nos serán de gran utilidad para los próximos temas de nuestro espacio curricular.

Les recomiendo leer atentamente el apunte y tratar de participar de las clases presenciales en la escuela. Es importante que participen ya que es el momento ideal para ver dudas y ustedes puedan realizar preguntas, así como también enriquecerse de las dudas planteadas por sus compañeros. También recuerden que pueden consultar al docente via email o por whatsapp las dudas que les surjan sobre la realización de las actividades.

En este apunte repasaremos el concepto de magnitudes.

1) Magnitudes físicas vectoriales - Componentes

Como mencionamos en el anterior apunte tenemos magnitudes físicas que serán representadas por vectores. Ejemplos de ellas dijimos que eran la fuerza, la aceleración y la velocidad. Haremos referencia a una magnitud como vector de dos formas, una es poniendo la flechita arriba como $\vec{u}$, y la otra es en negrita y cursiva: ***u***. Cualquiera de las dos formas de escribirlo nos estarán hablando de un vector.

Si estamos trabajando en el plano (en 2D) cada vector lo podemos representar con dos componentes:

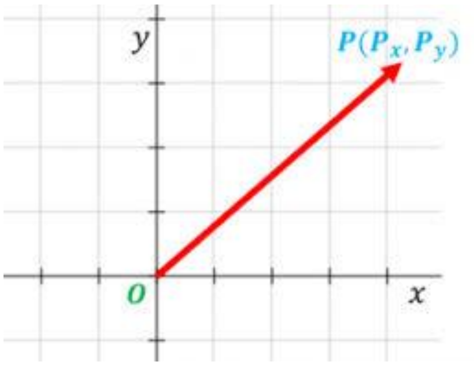


FIG 1

Si tenemos un *sistema de coordenadas* vemos que podemos escribir el vector 2D como un par de números, donde el primero es la componente en ***x*** y el segundo la componente en ***y***. La separación de ambos puede realizarse con comas o con punto y comas, es indistinto. En el siguiente ejemplo vemos algunos ejemplos de vectores como pares ordenados. Podemos ver también que todos estos vectores tienen un inicio en el ***origen***, o sea todas las flechas parten del (0,0).

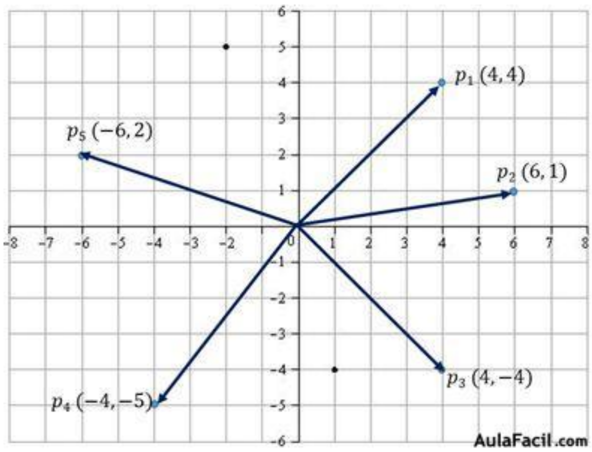


FIG 2

2) SUMA Y RESTA DE VECTORES

Teniendo los vectores podemos sumarlos y restarlos. Para sumarlos debemos sumar el valor de sus componentes en x y su resultado será el valor de la componente en x del vector suma. De igual manera para la componente en y. Si lo vemos en un gráfico queda de la siguiente manera:

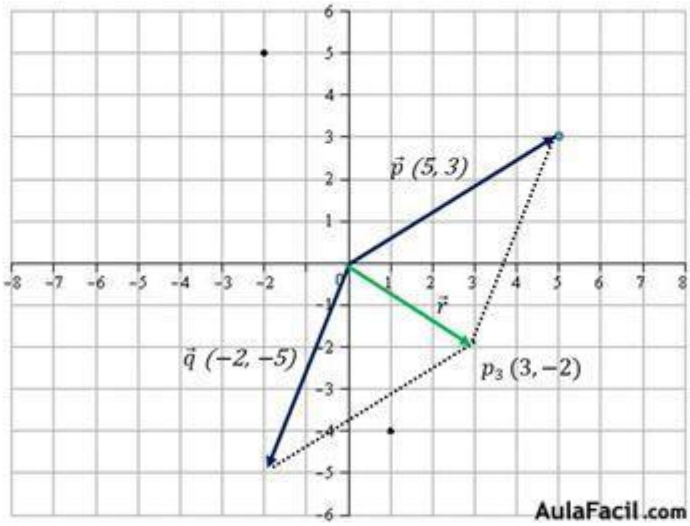


FIG 3

Tenemos un vector ***p(5,3)*** y otro ***q(2,5)***

Si realizo ***p + q = (5+2 , 3+5)= (7,8) = p3*** **.** Este vector **p3** es el resultado de sumar las componentes de cada vector. La resta es idéntica debiendo restar las componentes.

Como también vieron en años anteriores podemos sumar de manera gráfica vectores utilizando la regla del paralelogramo. En la siguiente figura 4 vemos que si tenemos 2 vectores ***a*** y ***b*** y trazamos las 2 líneas punteadas formando el paralelogramo (o sea una paralela a ***a*** desde el final de ***b*** y otra paralela a ***b*** desde el final de ***a***) La intersección de ambas líneas nos marcará el extremo del vector suma (la diagonal del paralelogramo). Si volvemos a observar la figura 3 veremos que el resultado del método gráfico coincide con el método analítico.

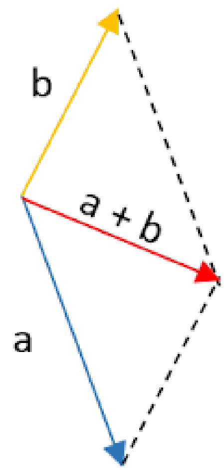


FIG 4

Siguiendo con esta lógica podemos pensar que cualquier vector podemos ***descomponerlo*** en la suma de sus componentes. Veamos esto en la siguiente imágen:

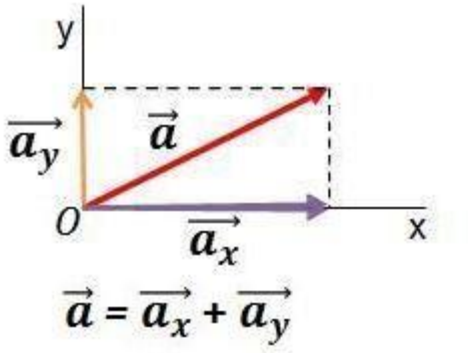


FIG 5

Observemos que el vector ***a*** puede descomponerse en sus componentes ***x*** e ***y***. Observando la figura 5 vemos que el vector $\overrightarrow{a_x}$ tiene una componente en ***y*** igual a 0, es decir $\overrightarrow{a_x}$ está sobre el eje x y su *proyección* sobre el eje y es igual a 0.

ACTIVIDADES:

1) Dibuja en el plano los siguientes vectores: (usá como referencia la figura 2)
   a. $\vec{A} = (7\,,8\,)$
   b. $\vec{B} = (2\,,6\,)$
   c. $\vec{C} = (-4\,,5\,)$
   d. $\vec{D} = (-7\,,-6\,)$

2) Realizá de manera gráfica y analítica las siguientes operaciones con los vectores del punto 1:
   a. $\vec{A} + \vec{C}$
   b. $\vec{C} - \vec{D}$
   c. $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$ *(pista: probá primero sumar A y B y al resultado sumarle C)*

3) Expresá los vectores del punto 1 como una suma de vectores con componentes sólo sobre los ejes, o sea descomponelos en una suma de vectores en x e y (fig 5)

PROFESOR: Andrés Vennera (andresvennera@gmail.com)

3) MULTIPLICACIÓN DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

El producto de un escalar por un vector da por resultado otro vector. El resultado tendrá la misma dirección que el primero. Al hacer la multiplicación, el escalar cambia el módulo del vector (su intensidad, o sea el largo en el gráfico) y en caso de ser negativo cambia también el sentido. Para realizar el producto debemos multiplica cada componente por el escalar.

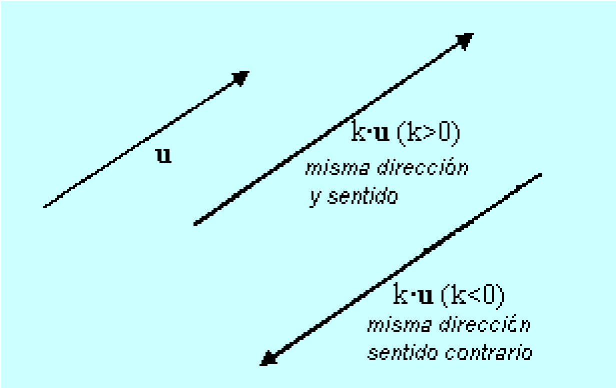


FIG 6

➔ Veamos un ejemplo: Si el vector ***J*** es (3,7) entonces:

2****J*** = 2* (3 , 7) = (2*3 , 2*7) = (6,14)

ACTIVIDAD:

1) Tenemos nuevamente los siguientes vectores:

$$\vec{A} = (7\,,8\,) \quad / \quad \vec{B} = (2\,,6\,) \quad / \quad \vec{C} = (-4\,,5\,)$$

Realizá de manera gráfica y analítica las siguientes operaciones con los vectores del punto 1:

a. $2 * \vec{A}$
b. $-1{,}5 * \vec{B}$
c. $0{,}5 * \vec{C} - 0{,}25 * \vec{D}$
d. $3 * \vec{A} - 0{,}5 * \vec{B}$

4) MÓDULO DE UN VECTOR

Recordemos que el módulo del vector (o intensidad) es el valor de la magnitud, también asociado al largo del vector en el gráfico. (Cuando decimos que viajamos a 100 km/h estamos justamente refiriéndonos al módulo del vector velocidad. *Recordar apunte anterior.*)

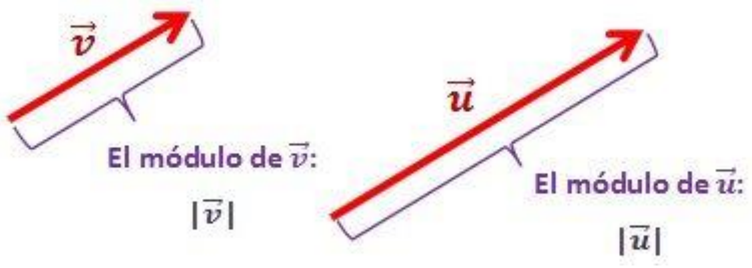


FIG 7

El módulo de un vector siempre será un escalar (o sea un número) positivo o igual a 0.

Para obtener el valor del módulo en un vector en el plano observemos la fórmula de la siguiente imagen:

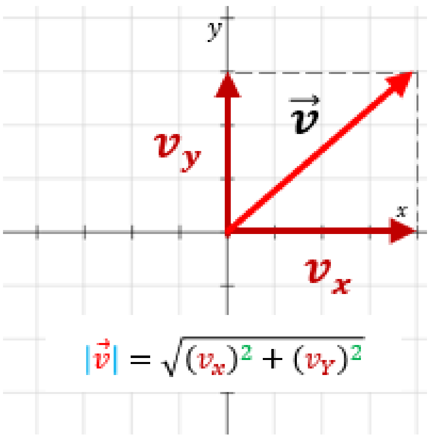


FIG 8

➔ El módulo del vector se denota encerrado entre 2 rayas verticales.
  - O sea $|\vec{F}|$ es el módulo del vector F.
  - Vemos en la figura 8 que para obtener su módulo debemos tener sus componentes en los ejes cartesianos (x e y)
  - ¿Nos recuerda al teorema de Pitágoras…?

ACTIVIDAD:

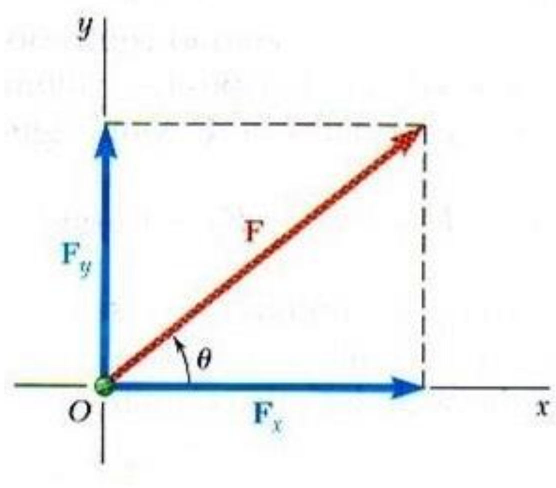
1) Calculá el módulo de los siguientes vectores:

$$\vec{A} = (3\,,4\,) \;\;/\;\; \vec{B} = (10\,,2\,) \;\;/\;\; \vec{C} = (0\,,10\,) \;\;/\;\; \vec{D} = (5\,,5\,)$$

Realizálo de manera analítica y comprobalo gráficamente.
Para hacer esto tenés que dibujar en el plano y medir utilizando una escala. Por ejemplo si la unidad en cada eje es 1cm, el largo que midas con la regla en cm se corresponderá con su módulo. Probalo!

5) DESCOMPOSICIÓN DE UN VECTOR SOBRE EJES

Una forma de expresar un vector 2D en el plano es dar su módulo y un ángulo respecto a un eje. En general se suele indicar el ángulo respecto al semieje positivo de x y en sentido antihorario. Veámoslo en el siguiente gráfico:



Componente rectangular Fx:

$$\cos\theta = \frac{Fx}{F}$$

$$\boxed{Fx = F \cdot \cos\theta}$$

Componente rectangular Fy:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{Fy}{F}$$

$$\boxed{Fy = F \cdot \operatorname{sen}\theta}$$

FIG 9

Si tenemos el valor del módulo F y el ángulo θ podemos obtener las componentes Fx y Fy utilizando las funciones trigonométricas seno y coseno. Para ello aplicamos las fórmulas recuadradas en verde. También decimos que Fx es la ***proyección*** de ***F*** sobre el eje x y Fy la proyección sobre el eje y.

ACTIVIDAD:

1) Dados los valores del módulo y su ángulo respecto al semieje positivo de x dibujá los siguientes vectores en el plano e indicá sus componentes cartesianas (en x e y):

$$|\vec{A}| = 5 \ \ y \ \ \theta_A = 50°$$

$$|\vec{B}| = 10 \ \ y \ \ \theta_B = 90°$$

$$|\vec{C}| = 7 \ \ y \ \ \theta_C = 120°$$

$$|\vec{D}| = 8 \ \ y \ \ \theta_D = -30°$$

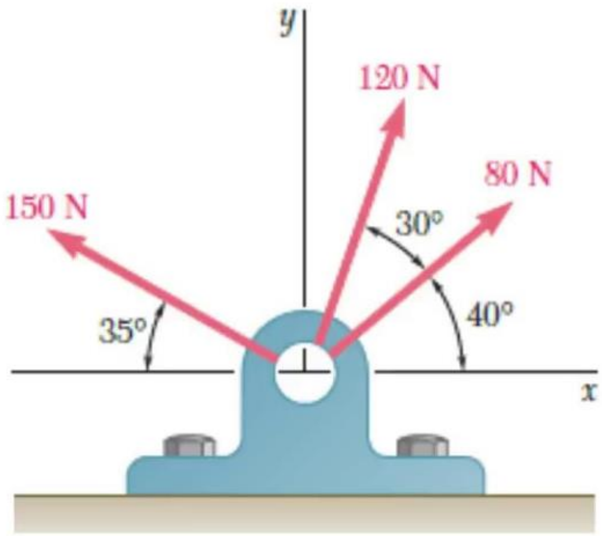
(Pista: si el ángulo es positivo dijimos que es en el sentido antihorario, si damos un ángulo negativo ¿en qué sentido será?)

$$|\vec{E}| = 7 \ \ y \ \ \theta_E = 0°$$

Aplicaremos lo visto en este apunte en un tema que ya es de nuestra materia. Veamos un ejercicio de ejemplo:

Tenemos un anclaje al cual se conectan cables tensores. Estos cables ejercen fuerzas sobre el mismo (vectores en rojo). Calcular:

1) Vector resultante. Módulo y dirección *(Debemos sumar los 3 vectores)*
2) Componentes x e y de la resultante.



Les dejo como complemento el link de unos videos de youtube que explican muy bien algunos de estos conceptos:

1) Vector por sus componentes: https://youtu.be/LWky_QWCxJQ
2) Suma de vectores: https://youtu.be/A8pB2F7o8Ow
3) Multiplicación por un escalar: https://youtu.be/p-rrQWatxsQ
4) Módulo de un vector: https://youtu.be/KoZ7EhjynOA
5) Suma de fuerzas: https://youtu.be/OXDrRFg9Z4I