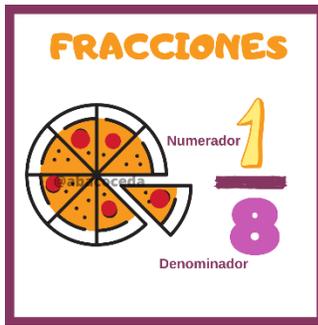




Estudiante:



Números Racionales

Los números racionales son el eje aritmético de la matemática de 3^{er} año. Su manejo y comprensión son esenciales para la formación matemática del estudiante del último año del ciclo básico de la escuela técnica.

Contenido:

- ✚ Los números racionales fraccionarios y decimales
- ✚ Clasificación
- ✚ Equivalencias
- ✚ Representación recta numérica
- ✚ Operaciones matemáticas: Suma y resta con igual y con distinto denominador, multiplicación y división, potenciación y radicación.
- ✚ Porcentaje

El **objetivo** es que logres comprender **los números racionales, representar, interpretar y resolver situaciones problemáticas con ellos.**

Criterios de evaluación

Para evaluar las actividades se tendrá en cuenta

- Adquisición de capacidades en el proceso de enseñanza aprendizaje.
- Expresarse en forma oral y escrita de manera clara y coherente.
- Se priorizará el trabajo autónomo, la comprensión e interpretación de consignas, los métodos utilizados para la resolución de las actividades y el trabajo ordenado.

¡¡Recuerda las pautas de trabajo!!

Debes hacerlo **PROLIJO, COMPLETO Y ORDENADO**

Formato de presentación

Debes poner

- ✚ nombre y apellido en todas las hojas
- ✚ número de hoja

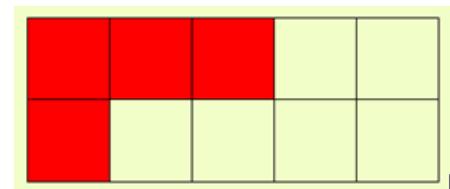
Vayamos por partes!!

Seguramente recuerdas lo que una fracción representa:

El **denominador** indica el número de **partes iguales** en que se divide la unidad

El **numerador** indica cuantas **partes iguales** se consideran

La **línea de fracción** representa la división



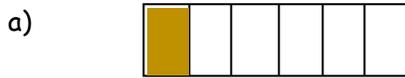
$\frac{4}{10}$
 Numerador
 Línea de Fracción
 Denominador

Una **FRACCIÓN** es la **PARTE** de un **TODO**



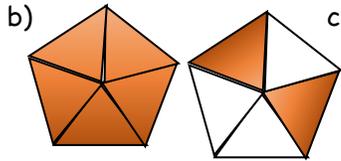
Estudiante:

Actividad N° 1: Completa en cada caso como el primero. En estas figuras ¿qué fracción representa la parte sombreada? ¿cuántas unidades hay? ¿qué figura geométrica ves? Escribe un ejemplo.



Acá hay:

1 unidad que es un
RECTÁNGULO





Como:



un chocolate

Actividad N° 2: SOLUCIONANDO PROBLEMAS SENCILLOS

* A) En diciembre fui a un centro comercial con mi familia, en el estacionamiento había 234 lugares en total, pero un noveno estaba ocupado. ¿Cuántos lugares quedaban libres?



¿Qué tengo que hacer?

Quedan lugares.

* B) Con mis amigos fuimos a un concierto antes de la pandemia. Cuando llegamos ya habían vendido cuatro quintas partes de las entradas disponibles. Si solo quedaban 75 entradas para vender. ¿Cuántas entradas eran en total?



¿Qué tengo que hacer?

Habia entradas en total

* C) Juan se ha comido dos tercios de una pizza y su hermana se ha comido una pizza entera y un tercio de otra. ¿Cuántas pizzas se han comido entre los dos?



¿Qué tengo que hacer?

Se han comido pizzas entre los dos



* D) Un campo deportivo se divide en tres sectores. El primero es igual a cuatro séptimos de la superficie total, el segundo el segundo es igual a la mitad del primero. ¿Qué fracción del campo representa el tercer sector? Si la extensión total del campo es de 140 dam², ¿Cuál es la superficie en m² de cada sector?



¿Qué tengo que hacer?



Estudiante:



La fracción representa el tercer sector.

La superficie del primer sector es de m², la del segundo m² y la del tercero de m²

Clasificación de fracciones

Las **FRACCIONES** que USAN **UNA** UNIDAD, se llaman **PROPIAS**. Y se caracterizan por tener el numerador **MENOR** que el denominador. Por ejemplo $-\frac{3}{4}$

No olvidar...

Las **FRACCIONES** que USAN **MÁS DE UNA** UNIDAD, esas fracciones se llaman **IMPROPIAS**. Y se caracterizan por tener el numerador **MAYOR** que el denominador. Por ejemplo $\frac{7}{5}$

Las **FRACCIONES** que NO LE QUEDABAN PARTES SIN SOMBRER, esas fracciones se llaman **APARENTES**. Y se caracterizan por ser el numerador un **MÚLTIPLO** del denominador. Por ejemplo $\frac{25}{5}$

Actividad N° 3: Ahora sí!! Dadas las siguientes fracciones a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{9}{4}$ c) $-\frac{4}{5}$ d) $-\frac{3}{2}$ e) $-\frac{14}{7}$ f) $\frac{24}{8}$

Indicá cual es **PROPIA**, cual **IMPROPIA** y cual **APARENTE**

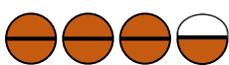
Numero mixto

Observa que a veces se **USAN MÁS DE UNA UNIDAD** y en la última unidad queda una parte sin sombrar ¿¿SI?? Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta eso

	Fracción que representa	Cantidad de unidades enteras	Fracción de la unidad incompleta

El **NÚMERO MIXTO** es el número que se forma con la cantidad de **unidades enteras** que se utilizan y la **fracción propia** de la unidad que queda incompleta.

Es una manera de expresar a las fracciones impropias. Ejemplo:



La fracción es $\frac{7}{2}$,

hay 3 enteros y $\frac{1}{2}$

el **número mixto** es $3\frac{1}{2}$ entonces

$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

Mirá otros ejemplos:

$$1\frac{2}{3}$$

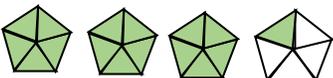
$$3\frac{1}{5}$$



Estudiante:

a los números mixtos se los puede `pasar´ a fracción, **fijate** si las representamos

$1\frac{2}{3}$ es  o sea $\frac{5}{3}$ y listo!!

$3\frac{1}{5}$ es  o sea $\frac{16}{5}$ y listo!!

Muy fácil!!



Actividad N° 4: a) Intentá vos con estas dos: $2\frac{1}{4}$ $3\frac{5}{6}$

b) ahora al revés, escribí estas fracciones como número mixto: $\frac{9}{2}$ $\frac{10}{3}$ $-\frac{7}{4}$

Actividad N° 5: a) Escribe la regla que te permite "pasar" de fracción impropia a número mixto

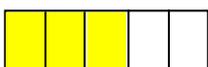
b) Ahora al revés, escribe la regla que te permite "pasar" de número mixto a fracción impropia



Pensamos un poquito más y seguimos recordando!!!

Quando dos o más fracciones diferentes representan las mismas partes del todo, se llaman **FRACCIONES EQUIVALENTES**

Si a una fracción, le **multiplicamos** el **numerador** y el **denominador** por un mismo número la fracción que queda es la misma, es **EQUIVALENTE**, mirá

a $\frac{3}{5}$ que es  le **multiplico** el numerador y denominador por 2

queda $\frac{6}{10}$ que es  como verás es la misma fracción pues representa la misma parte del todo es **EQUIVALENTE**.

Uno elige que número le conviene, (este es un ejemplo)

Entonces:

Dada una fracción, para obtener una **EQUIVALENTE** a ella, se debe **MULTPLICAR (o DIVIDIR)** al numerador y al denominador por un **MISMO** número

Actividad N° 6: Ahora te toca a vos!!

a) A cada una de las siguientes fracciones, encuentre una equivalente y comprobá como en ejemplo, que representan la misma parte de un todo que vos elijas: $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$



el

b) Encontrá 2 fracciones equivalentes a cada una de las siguientes:

i) $\frac{7}{8}$ ii) $-\frac{25}{100}$ iii) $-\frac{16}{24}$ iv) $\frac{9}{36}$



Estudiante: _____

Número decimal



Toda fracción tiene un **número decimal** asociado. Para encontrarlo solo hay que **DIVIDIR** el numerador en el denominador!!!

Así, mirá:

$$\frac{3}{2} \rightsquigarrow \begin{array}{r} 3 \\ 10 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 1,5 \end{array}$$

O sea: $\frac{3}{2} = 1,5$



Actividad N° 7: Encuentra los números decimales de las siguientes fracciones:

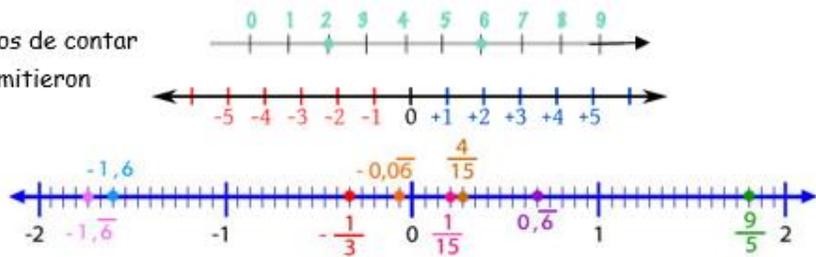
a) $\frac{25}{4}$ b) $\frac{45}{8}$ c) $\frac{78}{5}$

Representación de fracciones en la recta numérica

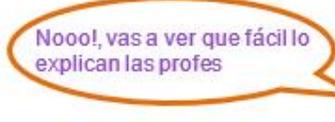
La representación de los números en la **recta numérica**, es algo que has hecho en 2^{do} año!!

Mirá!!

- **números naturales** que son los de contar
- **números enteros** que te permitieron trabajar con números negativos
- Ahora aprenderás con los **números racionales**



Mmmmm parece difícil!!



Nooo!, vas a ver que fácil lo explican las profes

¿Y cómo hacemos una recta numérica??

Trazás una recta con una flecha en las puntas que indica que la línea sigue. Luego **elegís un punto** cualquiera al que les vas a hacer corresponder **el cero** (o sea vas a decir: este punto es el cero!!!). Para hacer eso simplemente trazás una pequeña "rayita vertical" que te está marcando cual es el punto elegido. Ahora elegís el **tamaño de la unidad**, que puede ser 1cm, 2 cuadritos de tu hoja, etc y la vas marcando hacia la derecha y hacia la izquierda del cero siempre de igual tamaño. **Y listo!!!** Quedó armada la **recta numérica de los enteros**.

Como ya te habrás dado cuenta, una **fracción** es un **PARTE** del todo o de la **UNIDAD**, entonces, el **punto** que la representa **NO** va a quedar **JUSTO** sobre la "rayita vertical" sino que va a quedar entre dos de ellas.

¿Te acordás que $1/6$ es  ? ➔ **Menos de una unidad** entonces su punto va a quedar entre 0 y 1

¿y que $7/3$ es  ? ➔ **Dos unidades y una parte de la otra**



Estudiante:

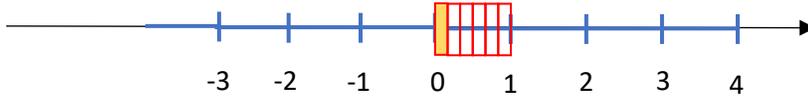
entonces su punto va a quedar entre 2 y 3

¿Y cómo lo marcamos en la recta?



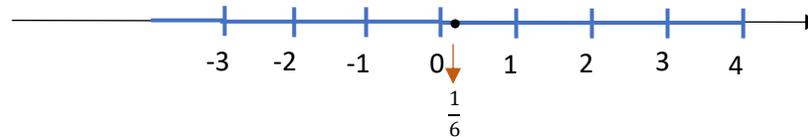
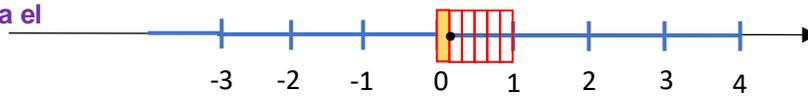
Para marcarlo, haces la recta como en la actividad anterior, y acá viene **el truco!!!**:

Por ejemplo para el $\frac{1}{6}$, que está entre 0 y 1, te vas a **imaginar un rectángulo** entre esos números, lo vas a dividir en 6 partes y vas a tomar 1:



¿está claro??
Si no, volvé a mirarlo

Y ponés el punto donde termina el sombreado



Listo!! Quedó representado el $\frac{1}{6}$

Usaremos la clasificación de fracciones para hacer más fácil la representación

Las fracciones **PROPIAS** vimos que USAN **UNA** UNIDAD, por lo que esas fracciones quedan representadas en la recta numérica entre **0 y 1** ó **0 y -1**

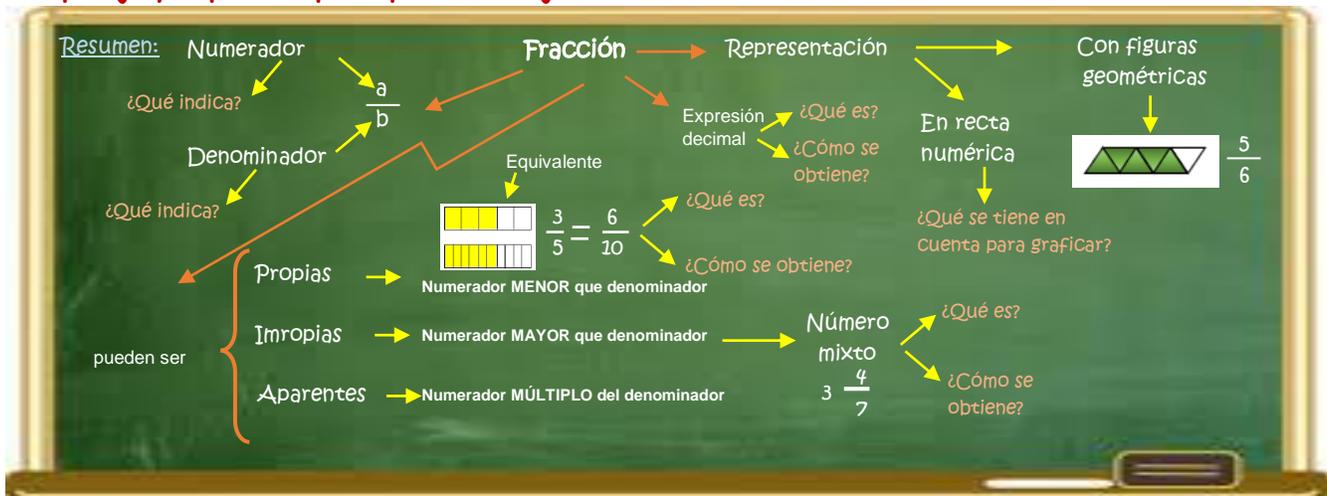
RECUERDA ESO!!! si son **PROPIAS** quedan entre **0 y 1** ó **0 y -1**

Las fracciones **IMPROPIAS** vimos que USAN **MÁS DE UNA** UNIDAD, por lo que esas fracciones quedan representadas en la recta numérica más allá del 1 o antes del -1 (si son negativas). En este caso conviene pasar la fracción a **NÚMERO MIXTO** y de esa manera sabrás entre que dos números enteros queda.

RECUERDA ESO!!! si son **IMPROPIAS** pasar la fracción a **NÚMERO MIXTO**



Actividad N° 8: Realiza el siguiente resumen en una hoja tamaño A4, agregando la respuesta a las preguntas realizadas (OJO!! Sin copiar la pregunta, solo la respuesta). **Recuerda trabajar de forma prolija y espaciada para que el trabajo sea entendible**





Estudiante: _____

AHORA ALGO MUY IMPORTANTE: LAS OPERACIONES!!

Suma y resta de fracciones con el mismo denominador

Para realizar la suma o resta con igual denominador el procedimiento es muy fácil!!

Simplemente **se suman o restan los numeradores y el denominador queda igual**

Mirá estos ejemplos:

comprobalo gráficamente, completando con la representación de las fracciones en los rectángulos dados

$$\frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

Numeradores sumados

Denominador igual

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

Numeradores restados

Denominador igual

¿Lo comprobaste?

Actividad N° 9: A ver si entendiste!!

a) Anotá cuanto dan las siguientes sumas y restas:

i) $\frac{9}{7} + \frac{6}{7} =$ ii) $\frac{13}{4} - \frac{7}{4} =$ iii) $\frac{7}{3} + \frac{5}{3} - \frac{4}{3} =$

b) Ahora unos problemitas!! **Plantea** la cuenta y resuélvela:

i) Josefina tenía que pintar un tablón bastante largo, en 3 días. Trabajó así: 2 sextos el primer día, 1 sexto el segundo día y 3 sextos el tercero. ¿terminó de pintarlo? Si no terminó ¿cuánto le falta?

ii) De las tres cuartas de una varilla de hierro se usa un cuarto para realizar un trabajo. ¿Cuánto queda ahora de hierro?



Multiplicación de fracciones

La multiplicación de fracciones es muy sencilla!! Mirá la imagen y, recordando que los numeradores son los de 'arriba' y los denominadores los de 'abajo', escribe cual es el procedimiento para multiplicar fracciones:

$$\frac{3}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 4} = \frac{21}{8}$$

Para multiplicar

División de fracciones



Estudiante: _____

Para dividir dos fracciones, se **INVIERTE** la segunda fracción y se transforma en multiplicación

Así mirá!!

se da 'vuelta' la fracción

$$\frac{5}{2} : \frac{4}{3} = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{15}{8}$$

se transforma en multiplicación

Actividad N° 10: Resuelve los siguientes ejercicios para que fijes las reglas!!

a) $\frac{2}{3} + \frac{4}{3}$ b) $\frac{7}{5} - \frac{2}{5}$ c) $\frac{7}{4} \cdot \frac{9}{5}$ d) $\frac{5}{2} : \frac{3}{5}$ h) $\frac{2}{3} : \frac{1}{4}$ f) $\frac{3}{2} \cdot \frac{11}{5}$

Actividad N° 11:

Resuelve, usando tu ingenio, las siguientes situaciones problemáticas. Recordá que debés dejar bien aclarado como las resolviste!!

a) En el laboratorio de Cs Naturales del colegio, le encargaron a los chicos de 7^{mo} que preparen 8 muestras iguales en cápsulas de Petri con 12 gr de azufre en polvo. Los chicos discuten cuánto azufre en polvo tiene que poner en cada cápsula.



Marita: en cada cápsula deben poner $\frac{8}{12}$ gr de azufre



Lucas: en cada cápsula deben poner 1gr de azufre



Ismael: en cada cápsula deben poner $1\frac{1}{2}$ gr de azufre



Daniela: en cada cápsula deben poner $\frac{12}{8}$ gr de azufre



Brian: en cada cápsula deben poner $\frac{3}{2}$ gr de azufre



¿Quién está en lo correcto?

¿Por qué?

b) Manuel fue a la carnicería y compró $2\frac{1}{2}$ kg de vacío y $\frac{3}{4}$ kg de costilla.

i) ¿Cuánta carne compró Manuel en total?

ii) Si tiene que comprar asado para 10 personas y se calcula $\frac{1}{2}$ kg por persona ¿Cuánta carne le falta comprar?



ii-Ahora veamos la suma de fracciones con distinto denominador!!



Estudiante:

Entonces, como es tan fácil, cuando tengamos fracciones con distinto de denominador, usando las **FRACCIONES EQUIVALENTES**, vamos a conseguir **igualar los denominadores**



¿Cómo igualamos denominadores?

¿te acordás?

Con este TRUQUITO!!
Es fácil!!



Entonces para sumar dos fracciones podemos hacerlo del siguiente modo, fíjate bien

$$\frac{5}{2} + \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{4 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{15}{6} + \frac{8}{6} = \frac{23}{6}$$

Multiplicamos la primera fracción **por** el denominador de la otra para obtener la EQUIVALENTE

Multiplicamos la segunda fracción **por** el denominador de la primera para obtener la otra EQUIVALENTE

¡Una vez que se consiguen las fracciones equivalentes, se suman y LISTO!

Presta atención a los colores, están para ayudarte!! Y **analizá** con cuidado cada paso



En realidad, esto que acabás de ver lo podés hacer tanto para la **suma** o como para la **resta** de fracciones con distinto denominador y con cualquier cantidad de fracciones que tengas

Por ejemplo

$$\frac{7}{4} - \frac{9}{5} = \frac{7 \cdot 5}{4 \cdot 5} - \frac{9 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{35}{20} - \frac{36}{20} = -\frac{1}{20}$$

Actividad N° 12: Intentá estos, dejando bien aclarado todos los pasos que hagas

a) $\frac{1}{3} + \frac{5}{4} =$ b) $\frac{9}{2} - \frac{11}{5} =$ c) $\frac{7}{12} + \frac{1}{6} + \frac{5}{3} =$ d) $\frac{11}{8} - 2$

Las últimas dos operaciones: Potenciación y Radicación

Estas dos últimas operaciones son **MUY FÁCILES!!**

Te damos unos ejemplos y vos tenés que escribir la regla!!!

La potenciación se resuelve así: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$; otro $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{5^3} = \frac{-8}{125} = -\frac{8}{125}$

La radicación se resuelve así: $\sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{9}} = \frac{10}{3}$ otro $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}} = \frac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$

Actividad N°13: A) Analizá los ejemplos anteriores y escribe una regla para resolver la potenciación y otra para la radicación.

B) Ahora practicá con estos ejercicios:

a) $\sqrt{\frac{100}{16}} =$ b) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$ c) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 =$ d) $\sqrt{\frac{25}{36}} =$
 e) $\sqrt[3]{\frac{64}{343}} =$ f) $\left(-\frac{5}{8}\right)^2 =$ g) $\sqrt[3]{\frac{216}{125}} =$ h) $\left(-\frac{4}{7}\right)^2 =$



Estudiante: _____



Porcentaje

Seguramente has escuchado la palabra "porcentaje". Es un concepto matemático muy útil que permite comparar cantidades en relación a 100.

Tiene que ver con las fracciones y su símbolo es "%". Por ejemplo habrás visto imágenes como estas:



O habrás escuchado expresiones como:

- ✚ Me dijeron que si pagaba de contado los \$2300 que debo, me hacen un descuento del 20%.
- ✚ Comparando con noviembre del año pasado, el turismo aumentó un 15% en Alta Gracia.
- ✚ Como estuvo lloviendo mucho, han faltado al cole el 30% de los alumnos.



¿Cómo calculamos el porcentaje?

Fácil

Para calcular el porcentaje de una cierta cantidad hay que multiplicar dicha cantidad por el porcentaje expresado como una fracción de denominador 100.

Mirá!!!

Para calcular el 25% de 300 hacemos $300 \cdot \frac{25}{100}$ esta cuenta de 75.
Entonces el 25% de 300 es 75

Para calcular el 60% de 2000 hacemos $2000 \cdot \frac{60}{100}$ esta cuenta de 1200.
Entonces el 60% de 2000 es 1200



Recordá como se multiplican las fracciones!!

Un mix para fijar ideas!!

Actividad N° 14:

- i) Por haber ayudado a mi hermano en un trabajo, me da el 12% de los \$ 500 que ha cobrado. ¿Cuánto dinero recibiré?
- ii) Una sustancia del laboratorio de Cs Naturales se diluye en agua al 2%. ¿Cuántos ml de esa sustancia se le colocan a 1,5l de agua?
- iii) Según el censo del 2010 Alta Gracia tiene una población de 48140, resultando que el 52% son mujeres. Calcula la cantidad de hombres y de mujeres que tenía Alta Gracia en 2010.



Estudiante:

- iv) En nuestro cole hay 530 estudiantes, entre los tres terceros hay un 15% ¿a que cantidad de alumnos corresponde?
- v) Una máquina que fabrica tornillos produce un 3% de piezas defectuosas. Si hoy se han apartado 51 tornillos defectuosos, ¿cuántas piezas ha fabricado la máquina?
- vi) En el taller se gastaron las tres cuartas partes de los 8kg de electrodos que había. ¿Cuántos kg electrodos se gastaron?
- vii) De una docena de rosas, dos terceras partes son blancas ¿cuántas rosas blancas hay?
- viii) Un auto debe hacer 10000km para realizar un nuevo control. Ya recorrió las tres décimas partes. ¿cuánto ha recorrido?
- ix) Un paquete de galletitas pesa 125gr ¿cuánto es la quinta parte?
- x) De un tablón de madera de 3m de largo se lijaron cinco octavas partes ¿qué longitud del tablón se lijó?

Es muy importante que resuelvas la secuencia con conciencia de lo que estás realizando para que puedas aprenderlo. La actividad número 8, que es un resumen de la primera parte, es fundamental que la sepas explicar muy bien con tus palabras

