En esta actividad comenzarás a estudiar la FUNCIÓN CUADRÁTICA para realizar el análisis de sus parámetros.

El **objetivo** entonces es que logres distinguir funciones cuadráticas, reconociendo los parámetros de estas, la gráfica y logres aplicarla en situaciones problemáticas.

**Secuencia didáctica Nº3- Año 2024**

Presta mucha atención, relee y mira el material las veces que sea necesario. Normalmente con una sola vez, NO alcanza asique a tener paciencia y consulta tus dudas en clases

## Criterios de evaluación

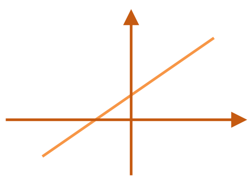
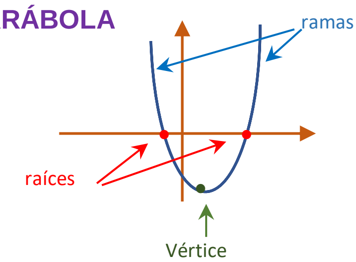
Para evaluar las actividades se tendrá en cuenta

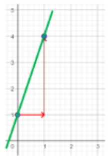
- Tu correcta participación en las clases.
- La entrega de las actividades en el formato y **tiempo** solicitado.
- La comunicación con tu docente para que aclares tus dudas.
- Correcta realización de las actividades.
- Honestidad en la realización de las actividades.

**FORMATO**
Debes armar tu carpeta poniendo:
- nombre y apellido en todas las hojas
- número de hoja
- trabajar en forma prolija, completa y ordenada

## Función Cuadrática…

Lee con cuidado la siguiente tabla en donde se COMPARA a la función lineal que ya estudiaste, con la función cuadrática que estas comenzando a estudiar. La comparación se hace para que observes semejanzas y diferencias:

| | **Función lineal** | **Función cuadrática** |
|---|---|---|
| Fórmula | **f(x) = a . x + b** | **f(x) = a . x² + b . x + c** |
| Parámetros | a y b | a ; b y c |
| Nombres | a → pendiente<br>b → ordenada al origen | a → coeficiente principal o cuadrático<br>b → coeficiente lineal<br>c → ordenada al origen |
| Ejemplos | $t(x) = 8x - 3$<br>$h(x) = -7x$<br>$j(x) = 6$ | $m(x) = 5x^2 - 9$<br>$n(x) = 3x + x^2 - 1$<br>$l(x) = -10x^2 - 2x$ |
| Representación gráfica | **RECTA**<br> | **PARÁBOLA**<br> |

| | | |
|---|---|---|
| Gráfica | Por tabla de valores<br>X \| Y<br>-1 \| -2<br>1 \| 4<br>2 \| 7<br>ordenada al origen y pendiente  | *Este es un proceso largo y más complejo que en el caso de la función lineal, que será estudiado en profundidad en el próximo práctico* |
| ¿Cómo la reconozco? | Por su fórmula:<br>Aparece la ‘x’ con exponente uno o no aparece. Su fórmula puede tener a lo sumo, dos términos<br><br>Por su gráfica: ves una recta | Por su fórmula:<br>Aparece ‘si o si’ la ‘**x**’ elevada al cuadrado ($x^2$) de ahí su nombre y **NO PUEDEN** aparecer exponentes mayores en la fórmula<br><br>Por su gráfica: ves una parábola |

## Tu turno…

**Actividad 1)** Mirá este ejemplo y después hacelo vos!!

Esta parte es muy importante que la hagas con cuidado pues del reconocimiento correcto de los parámetros va a permitir que hagas bien su gráfica.

Dada la función **$v(x) = x - \frac{1}{2}x^2$**, IDENTIFICAR los parámetros:

Observamos *¿qué número multiplica a la ‘$x^2$’ o sea ‘a’*?
en este caso es **-1/2**

Luego buscamos *¿qué número multiplica a la ‘x’ o sea ‘b’*?
como la ‘x’ está sola eso significa que hay un **1**

Por último, buscamos el *número que no tiene ‘x’ o sea ‘c’*
como no hay nos damos cuenta que vale **0**

Entonces $v(x) = x - \frac{1}{2}x^2 \longrightarrow \begin{cases} a = -1/2 \\ b = 1 \\ c = 0 \end{cases}$ **Así hemos identificado los parámetros**

Ahora identifica los parámetros de las siguientes funciones cuadráticas

**a)** $m(x) = 4x + 6 – 2x^2$ **b)** $g(x) = 1/2\ x^2 + x$ **c)** $f(x) = 2x^2$ **d)** $h(x) = 3/4x^2 - 3$

**Actividad 2)** Dadas las siguientes funciones agrupa las lineales, por un lado, las cuadráticas por otro y en un tercer grupo deja las no sean ni lineales ni cuadráticas

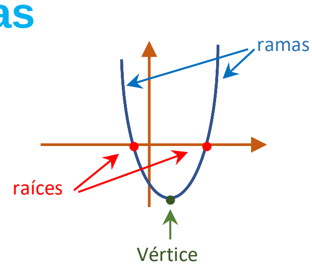
$g(x) = 2x + x^2 + 1$ ; $f(x) = -2 - \frac{4}{3}x$ ; $h(x) = x – 2x^6 + 2$ ;

$l(x) = -3 + x^4$ ; $j(x) = -2x$ ; $m(x) = – x^2 - 4x$ ; $k(x) = \sqrt{2x - 1}$

**Actividad 3)** Dibuja de forma cualitativa:

**a)** Una parábola con ramas hacia abajo con dos raíces.
**b)** Una recta que suba y corte al eje y en la parte negativa.
**c)** Una parábola con una raíz y ramas hacia arriba.
**d)** Una recta que baje y corte al eje y en la parte negativa.
**e)** Una parábola sin raíces cuyo vértice esté en el segundo cuadrante.

# Graficación de funciones cuadráticas




Anteriormente se dijo que la graficación de una función cuadrática es un proceso más complejo que la de la función lineal.

Esto es así pues en necesario ubicar primero el **vértice** y las **raíces** y según la ubicación de estos puntos es que recién se realiza una **tabla de valores**

**Veamos un ejemplo**

Para graficar **g(x) = 4x - x²** debemos conocer su **VÉRTICE** y **RAÍCES**

En este caso el **vértice** está en **(2; 4)** (Mirá el punto verde en el gráfico)

Las **raíces** son **0** y **4** (recuerda que estos son los valores donde la parábola corta al eje 'x') (Mirá los puntos rojos en el gráfico)

Al observar su ubicación, ya se deduce que es una parábola **RAMAS HACIA ABAJO**

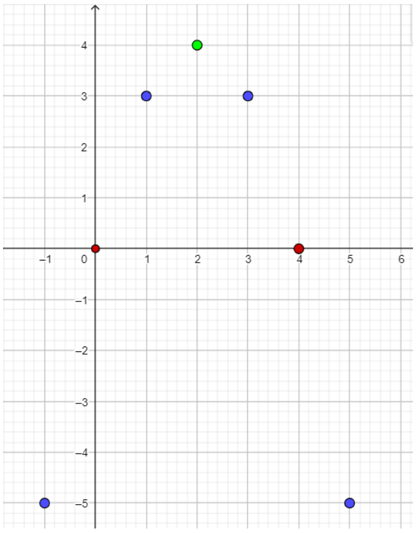
Una vez ubicados el vértice y las raíces se hace una **tabla de valores** cuyos números se elegirán alrededor de las raíces. En este caso **valuaremos** la función en -1 ; 1 ; 3 y 5

Para calcular el **Vértice** y las **raíces** existen fórmulas que estudiarás más adelante

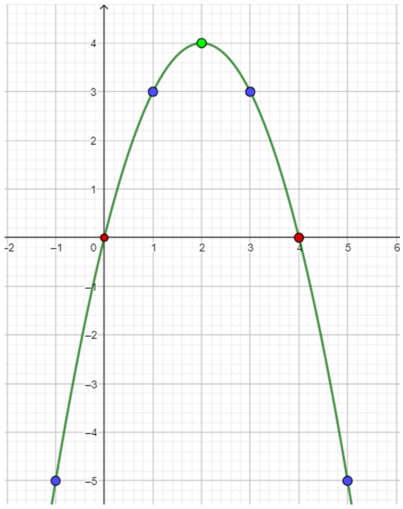
| x | $y = 4x - x^2$ | Pares ordenados |
|---|---|---|
| **-1** | $4.(-1) - (-1)^2 = -4 - 1 = -5$ | (-1; -5) |
| **1** | $4.1 - 1^2 = 4 - 1 = 3$ | (1; 3) |
| **3** | $4.3 - 3^2 = 12 - 9 = 3$ | (3; 3) |
| **5** | $4.5 - 5^2 = 20 - 25 = -5$ | (5; -5) |

**Recuerda que valuar la función significa reemplazar la ´x´ por un número y hacer la cuenta**

Ubicamos los pares ordenados en el gráfico anterior



Una vez hecho esto, queda claro por donde debemos dibujar la parábola, por lo que la trazamos



No es tan difícil!! Ahora te toca a vos!!

**Actividad 4)** Repasa bien el ejemplo anterior y grafica las dos funciones dadas a continuación

**a)** $f(x) = x^2 + 4x$

Vértice en (-2; -4)

Raíces en -4 y 0

| x | $y = x^2 + 4x$ |
|---|---|
| -5 | |
| -3 | |
| -1 | |
| 1 | |

**b)** $h(x) = x^2 - 3 - 2x$

Vértice en (1; -4)

Raíces en -1 y 3

| x | $y = x^2 - 3 - 2x$ |
|---|---|
| -2 | |
| 0 | |
| 2 | |
| 4 | |

Recuerda que un número **negativo** elevado al **cuadrado** da **positivo**

OJO al hacer la cuenta!!

**Actividad 5)** Resuelve estas situaciones problemáticas, utilizando todo lo aprendido sobre **funciones, funciones lineales** y **funciones cuadráticas,** y dejando detallado todos los procedimientos

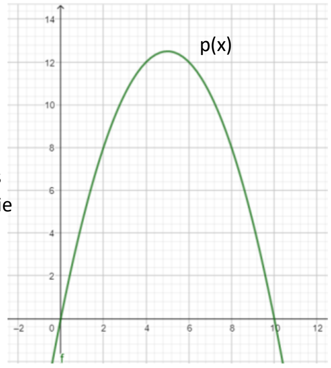
**A)** Antonio va a comprarse un teléfono móvil y está estudiando la oferta de dos compañías distintas:
La compañía **A** le ofrece pagar $2 por el establecimiento de la llamada y $0,15 por cada minuto de llamada. La compañía **B** le ofrece pagar $4 por el establecimiento de la llamada y $ 0,05 por cada minuto de llamada. Se pide:

a. **Representar** la función del coste de una llamada en cada una de las compañías.
b. **Calcular** cuándo es más recomendable una compañía u otra en función del tiempo de duración de una llamada.
c. Antonio sabe que, aproximadamente, realiza 100 llamadas mensuales que suman un total de 350 minutos. **¿Qué compañía le conviene?**

**B)** La producción en kilogramos de manzanas de una finca está dada por p(x) = 5x – 0,5x$^2$, donde "x" es el número de **árboles en una determinada superficie A.** (puedes usar el gráfico y/o la fórmula de p(x))

a) ¿Cuántas manzanas se producen si hay 2 árboles en la superficie A?
b) ¿Cuántas manzanas se producen si hay 6 árboles en la superficie A?
c) ¿Cuántos árboles debe haber en esa superficie A, para obtener una producción máxima?
d) Cuándo la cantidad de árboles en esa superficie A supera un cierto número, la competencia por la luz, el agua, etc, hace que la producción decrezca ¿Cuál es la cantidad de árboles en esa superficie A, a partir de la cual no hay producción?
e) ¿Cuál es la máxima producción que se logra?

Kilos de manzanas obtenidos según árboles en la superficie A




Cantidad de árboles en la superficie A

**C)** Para desbastar una madera, una máquina logra reducirla 32mm a 16mm en 8 segundos.

a) **Escribe** la expresión que te permite obtener el espesor de la madera en FUNCIÓN del tiempo (en segundos)
b) **USANDO** la expresión anterior
   i) Halla el espesor de la madera a los 6 segundos
   ii) Halla el tiempo que demora para que la madera tenga un espesor de 20mm
   iii) ¿Qué espesor tiene a los 20 segundos? ¿Es lógico el resultado? **EXPLICA**

## Ahora aprenderás a graficar una función cuadrática sacando el vértice y las raíces de la misma…

El **Vértice** es el punto del eje de simetría, donde la función pasa de decreciente a creciente, o viceversa. Por lo tanto, el vértice, es el mínimo o máximo de la función.

Hallamos el vértice $v = (x_v\ ;\ y_v)$ con la siguiente fórmula: $\boxed{x_v = \frac{-b}{2a} \qquad y_v = f(x_v)}$

**Raíces**; se llaman así a los valores donde la gráfica de la función **intercepta al eje x o sea 'y' es cero!!**. Para determinar la intersección con el eje x, se iguala la función a 0 y se resuelve la ecuación cuadrática. Así, al hacer en la ecuación y = 0, y resolver, se determinan las raíces o ceros de la función. La cantidad de raíces puede ser 2, 1 o 0, caso último en que la gráfica no intercepta al eje x (NO LO CORTA!!).

Hallamos a las raíces con la fórmula de Bhaskara: $\boxed{x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

**Veamos un ejemplo:** graficar la función $\boldsymbol{f(x) = x^2 + 2x - 3}$

Identificamos los parámetros a, b y c; donde **a = 1 ; b = 2 y c = -3**.

Ahora hallaremos el vértice $v = (x_v\ ;\ y_v)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2.1} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_v = (-1)^2 + 2.(-1) - 3$$

**Aquí se ha reemplazado los parámetros a, b y c por sus valores en las fórmulas anteriores!!**

$$y_v = 1 - 2 - 3$$

$$y_v = -4$$

entonces el vértice es $\boldsymbol{v = (-1\ ;\ -4)}$

Ahora veamos las raíces:

$$x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1; x_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4.1.(-3)}}{2.1}$$

$$x_1; x_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2}$$

$$x_1; x_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x_1; x_2 = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

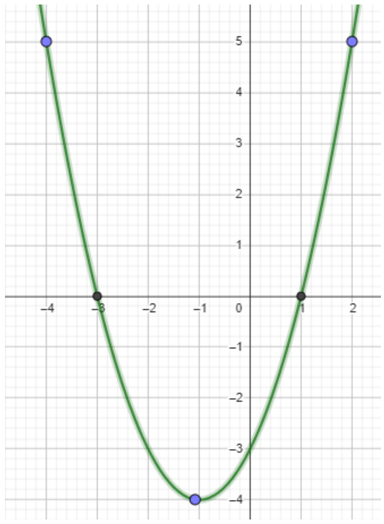
Quedando las raíces:

$\mathbf{r_1(1;0)}$ **y** $\mathbf{r_2(-3;0)}$

La tabla de valores

| x | $y = x^2 + 2x - 3$ |
|---|---|
| -2 | -3 |
| 0 | -3 |
| 2 | 5 |
| -4 | 5 |

Ahora si procedemos a graficar…




**Actividad 6) G**raficá las siguientes funciones cuadráticas, hallando su ordenada al origen, vértice y raíces.

**a)** $g(x) = 7x + 6 + 2x^2$

**b)** $h(x) = x^2 - 1$

**c)** $k(x) = -5 + x^2 - 4x$

**d)** $m(x) = -2x^2 + 8 + 4x$

**e)** $p(x) = 1 + 3x + 2x^2$

LO ÚLTIMO!

## Ecuación Cuadrática

Con todo lo aprendido hasta aquí ya estás en condiciones de aprender un nuevo tipo de ecuación, NADA NUEVO!! SOLO APLICAR LO APRENDIDO!!

*Una ecuación cuadrática es una igualdad que siempre tendrá la 'x' (incógnita) elevada a la '2' NO pudiendo haber un exponente mayor.*

Son ejemplos de ecuaciones cuadráticas: $2x^2 - 8x - 4 = 3x - x^2$ $\quad 2x^2 + 2 = 34$

$2x^2 + 3x + 2 = -10 \quad 3(2 - x^2) = -42$

*Para resolver una ecuación cuadrática o sea encontrar el o los valores de 'x' que hacen cierta la igualdad, debes igualar a cero o sea 'pasar' todo de un mismo lado y aplicar la fórmula de Bhaskara y listo!!*

En clase veremos unos ejemplos para que puedas resolver las siguientes ecuaciones

**Actividad 7)** Para finalizar, resuelve:

**a)** $x^2 + 7x = 2x - 6$

**b)** $6x + 9 = 2 + x^2$

**c)** $2x^2 + 5x = -3x - 2x^2$

**d)** $x^2 + 2 = 1 - 2x$

**e)** $5x^2 + 3x + 4 = 0$

FIN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA 3…