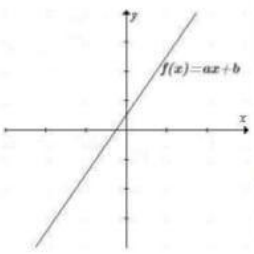
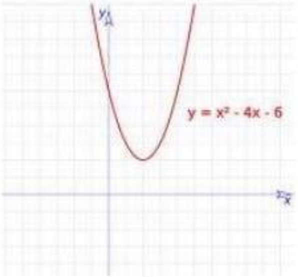


LINEAL



CUADRÁTICA

En esta actividad aprenderás a aplicar la **FUNCIÓN LINEAL** en situaciones reales y concretas. Por lo que será necesario que pongas mucha atención pues deberás 'traducir' las palabras a expresiones matemáticas. Y comenzarás a estudiar la **FUNCIÓN CUADRÁTICA** para realizar el análisis de sus parámetros.

El **objetivo** entonces es que logres distinguir funciones lineales y cuadráticas, reconociendo los parámetros de estas y su influencia en la gráfica.

Presta mucha atención, relee y mira el material las veces que sea necesario. **Normalmente** con una sola vez, **NO alcanza** asique a tener paciencia y consulta tus dudas en clases

SECUENCIA DIDÁCTICA
CORRESPONDIENTE AL MES DE MAYO

Criterios de evaluación

Para evaluar las actividades se tendrá en cuenta

- Tu correcta participación en las clases.
- La entrega de las actividades en el formato y **tiempo** solicitado.
- La comunicación con tu docente para que aclares tus dudas.
- Correcta realización de las actividades.
- Honestidad en la realización de las actividades.

FORMATO
Debes armar tu carpeta Poniendo:
- nombre y apellido en todas las hojas
- número de hoja
- trabajar en forma prolija, completa y ordenada

Muy bien…!!! Comencemos a resolver situaciones problemáticas aplicando los conceptos que hemos aprendido de función lineal…

Vamos a empezar con un ejemplo…

- Un joven luchador de sumo decidió comenzar una dieta especial alta en proteínas para ganar peso rápidamente. Pesaba 90 kilogramos cuando empezó, y ganó peso a una ***razón constante***. Después de 8 meses, pesaba 138 kilogramos.

  a. ¿Cuánto pesó a los 5 meses? Y ¿a los 3?
  b. ¿Cuánto pesará a los 9 meses? Y ¿a los 10?
  c. ¿Cuánto tardó en pesar 102kg? Y ¿en pesar 126kg?

Resolución:

Te podés ver tentado de ponerte a hacer cálculos para cada caso. NO HAY QUE APURARSE!! Si analizas un poquito el enunciado ves que hay VARIABLES en juego: el PESO (kilogramos) que depende del TIEMPO (meses).

Al hablar de variables, tenés una FUNCIÓN, entonces hay que armarla a partir de los datos del enunciado y será la '**x**' los **meses** que transcurren y la '**y**' los **kilos** que aumente.

Dice que arranca con 90 kg esto indica que de ahí en adelante hay que **agregar** los kilos que suba y también informa que en 8 meses pesaba 138kg.

En palabras (lenguaje coloquial)	En números (lenguaje algebraico)
Si partió de 90kg y en esos 8 meses aumentó hasta 138kg	138kg - 90kg = 48kg
Entonces aumentó 48kg en 8 meses por lo que por mes aumentó	48 kg : 8 meses = 6kg
Es decir, **POR** cada mes aumentó **6kg** partiendo de los **90kg** que tenía — **LISTO!!!** La función es	**y = 90 + 6 x**

¡¡Ahora se puede contestar todo, utilizando lo que has venido aprendiendo!!

a) ¿Cuánto pesó a los 5 meses? (en este caso la 'x' es 5)

y = 90 + 6.5
y = 90 + 30
y = 120kg

a los 5 meses pesó 120kg

Y ¿a los 3?
Para los 3 meses se hace: (en este caso la 'x' es 3)

y = 90 + 6.3
y = 90 + 18
y = 108kg

a los 3 meses pesó 108kg

ESTE TE TOCA A VOS!!

b) ¿Cuánto pesará a los 9 meses? Y ¿a los 10?

c) ¿Cuánto tardó en pesar 102kg? Y ¿en pesar 126kg?

En este caso lo que se conoce es la variable '**y**' (**el peso**) y se quiere conocer la '**x**' (**los meses**), entonces siempre partiendo de la función que se armó **y = 90 + 6x**,

se plantea → 102 = 90 + 6 x

Ya que es la 'x' lo que se quiere, conocer se la debe despejar → 102 - 90 = 6x

12 = 6x

12 : 6 = x

2 = x

es decir que le llevó 2 meses!!!!

Y para los 126 kg es igual!!!

ESTE TE TOCA A VOS!!

Esto es todo lo que se trabajará en esta actividad, por eso es muy importante que lo releas con cuidado y mucha paciencia. Cuando logres entenderlo pasá a las actividades siguientes y sino realizá la consulta en clases.

Es hora de ponerse manos a la obra, arranquemos tranqui!!

Actividad 1) Une con flechas el enunciado con la fórmula (función) que se corresponda en cada situación:

Un técnico en reparaciones de electrodomésticos cobra $500 por la visita, más $100 por cada hora de trabajo.

El gasto de hojas que Julieta tiene en su fotocopiadora mensualmente depende del número de resmas que use. La resma tiene 500 hojas y había tenido un sobrante de 100 hojas del mes anterior.

Un tanque de agua almacena 500 litros de agua. Con una bomba logran sacar 100 litros por hora.

$y = 500 - 100x$

$y = 100x + 500$

$y = 100 + 500x$

Actividad 2) Usando las expresiones relacionadas con los enunciados del ejercicio anterior, responde dejando la cuenta detallada:

I. ¿Cuántas hojas usó Julieta si gastó 3 resmas?
II. Si el técnico es una visita estuvo 3hs ¿cuánto cobró?
III. Julieta verificó que gastó en total 1100 hojas ¿cuántas resmas utilizó?
IV. Cuándo la bomba lleva dos horas trabajando ¿cuánta agua le queda al tanque?
V. Por un trabajo, el técnico cobró $1200 ¿cuántas horas trabajó?

Un poquito más!!

Actividad 3) El oso panda de un zoológico pesó 3,5kg al nacer. Sabiendo que los ejemplares de su especie aumentan una media de 2,5kg cada mes durante los primeros 3 años de vida, calcular:

a. La función que proporciona el peso del oso en función de su edad (en número de meses).
b. Representar la gráfica de la función del apartado anterior.
c. Calcular, aplicando la función, el peso del oso a los 6 meses, 9 meses y 2 años de edad.
d. ¿A qué edad el oso sobrepasará los 80kg de peso?

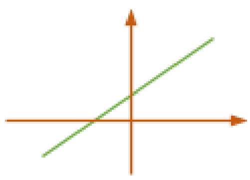
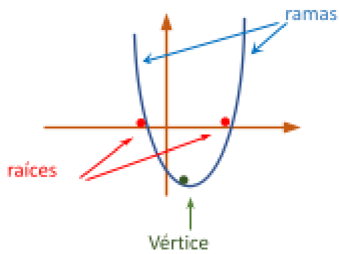
Actividad 4) Por el alquiler de un coche cobran una cuota fija de 2.000 pesos y adicionalmente 300 pesos por kilómetro recorrido. Escribe la función y, utilizándola; responde ¿cuánto dinero hay que pagar para hacer un recorrido de 125 Km? y si pagué un valor de 6.300 pesos ¿cuántos quilómetros recorrí?

Un último esfuerzo!!

Actividad 5) Un lago cerca del círculo ártico se cubre con una capa de hielo de 2m de grosor durante los meses de invierno. Cuando llega la primavera, el aire caliente derrite el hielo gradualmente, provocando que su grosor disminuya a velocidad constante. Después de tres meses la capa de hielo tiene un grosor de 1,25m. Determina la función que expresa el grosor de la capa de hielo en función del tiempo, medido en meses. Luego utilizando esa expresión, determina ¿cuál es el grosor al terminar el primer mes? ¿En cuantos meses se derrite?

Excelente…!!! Hasta aquí llegamos con la Función Lineal, ahora veamos la Función Cuadrática…

Lee con cuidado la siguiente tabla en donde se *COMPARA* a la función lineal que ya estudiaste, con la función cuadrática que estas comenzando a estudiar. La comparación se hace para que observes semejanzas y diferencias:

	Función lineal	**Función cuadrática**
Fórmula	**$f(x) = a . x + b$**	**$f(x) = a . x^2 + b . x + c$**
Parámetros	a y b	a ; b y c
Nombres	a pendiente b ordenada al origen	a coeficiente principal o cuadrático b coeficiente lineal c ordenada al origen
Ejemplos	$t(x) = 8x - 3$ $h(x) = -7x$ $j(x) = 6$	$m(x) = 5x^2 - 9$ $n(x) = 3x + x^2 - 1$ $l(x) = -10x^2 - 2x$
Representación gráfica	**RECTA** 	**PARÁBOLA** 
Gráfica	Por tabla de valores Hiciste una tabla de valores X: -1, 1, 2 — Y: -2, 4, 7	*Este es un proceso largo y más complejo que en el caso de la función lineal, que será estudiado en profundidad en el próximo práctico*
¿Cómo la reconozco?	Por su fórmula: Aparece la 'x' con exponente uno o no aparece. Su fórmula puede tener a lo sumo, dos términos Por su gráfica: ves una recta	Por su fórmula: Aparece 'si o si' la '**x**' elevada al cuadrado (x^2) de ahí su nombre y **NO PUEDEN** aparecer exponentes mayores en la fórmula Por su gráfica: ves una parábola

Tu turno…

Actividad 6) Mirá este ejemplo y después hacelo vos!!

Esta parte es muy importante que la hagas con cuidado pues del reconocimiento correcto de los parámetros va a depender que hagas bien su gráfica.

Dada la función $v(x) = x - \frac{1}{2}x^2$, para IDENTIFICAR los parámetros

Observamos ¿qué número multiplica a la ‘x^2’ o sea ‘a’**?**
en este caso es **-1/2**

Luego buscamos ¿qué número multiplica a la ‘**x**’ o sea ‘b’?
como la ‘x’ está sola eso significa que hay un **1**

Por último, buscamos el número que no tiene ‘x’ o sea ‘c’
como no hay nos damos cuenta que vale **0**

Entonces $v(x) = x - \frac{1}{2}x^2$ $\rightarrow \begin{cases} a = -1/2 \\ b = 1 \\ c = 0 \end{cases}$ Así hemos identificado los parámetros

Ahora identifica los parámetros de las siguientes funciones cuadráticas

a) $m(x) = 4x + 6 – 2x^2$ **b)** $g(x) = 1/2\, x^2 + x$ **c)** $f(x) = 2x^2$ **d)** $h(x) = 3/4x^2 - 3$

Actividad 7) Dadas las siguientes funciones agrupa las lineales, por un lado, las cuadráticas por otro y en un tercer grupo deja las no sean ni lineales ni cuadráticas

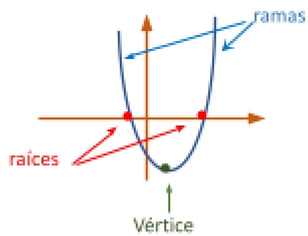
$g(x) = 2x + x^2 + 1$; $f(x) = -2 - \frac{4}{3}x$; $h(x) = x – 2x^6 + 2$;

$l(x) = -3 + x^4$; $j(x) = \frac{1}{2} - 2x$; $m(x) = – x^2 - 4x$; $k(x) = \sqrt{2x - 1}$

Actividad 8) Dibuja de forma cualitativa:

a) Una parábola con ramas hacia abajo con dos raíces.
b) Una recta que suba y corte al eje y en la parte negativa.
c) Una parábola con una raíz y ramas hacia arriba.
d) Una recta que baje y corte al eje y en la parte negativa.
e) Una parábola sin raíces cuyo vértice esté en el segundo cuadrante.

Graficación de funciones cuadráticas



Anteriormente se dijo que la graficación de una función cuadrática es un proceso más complejo que la de la función lineal.

Esto es así pues en necesario ubicar primero el **vértice** y las **raíces** y según la ubicación de estos puntos es que recién se realiza una **tabla de valores**

Para calcular el **Vértice** y las **raíces** existen fórmulas que estudiarás más adelante

Veamos un ejemplo

Para graficar $g(x) = 4x - x^2$ debemos conocer su **VÉRTICE** y **RAÍCES**

Ubicación de vértice y raíces

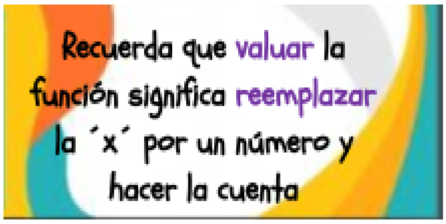
En este caso el **vértice** está en **(2; 4)**

Las **raíces** son **0** y **4** (recuerda que estos son los valores donde la parábola corta al eje ‘x’)

Ubicamos estos puntos en un gráfico cartesiano

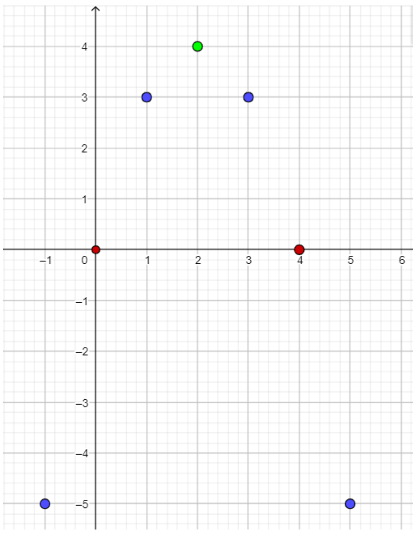
Al observar su ubicación ya se deduce que es una parábola **RAMAS HACIA ABAJO**

Una vez ubicados el vértice y las raíces se hace una **tabla de valores** cuyos números se elegirán alrededor de las raíces. En este caso **valuaremos** la función en -1 ; 1 ; 3 y 5

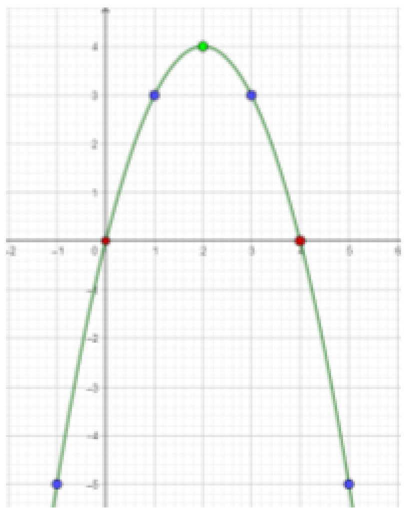


x	$y = 4x - x^2$	Pares ordenados
-1	$4.(-1) - (-1)^2 = -4 - 1 = -5$	(-1; -5)
1	$4.1 - 1^2 = 4 - 1 = 3$	(1; 3)
3	$4.3 - 3^2 = 12 - 9 = 3$	(3; 3)
5	$4.5 - 5^2 = 20 - 25 = -5$	(5; -5)

Ubicamos los pares ordenados en el gráfico anterior



Una vez hecho esto, queda claro por donde debemos dibujar la parábola, por lo que la trazamos



Actividad 9) Repasa bien el ejemplo anterior y grafica las dos funciones dadas a continuación

a) $f(x) = x^2 + 4x$

Vértice en (-2; -4)

Raíces en -4 y 0

b) $h(x) = x^2 - 3 - 2x$

Vértice en (1; -4)

Raíces en -1 y 3

x	$y = x^2 + 4x$
-5	
-3	
-1	
1	

x	$y = x^2 - 3 - 2x$
-2	
0	
2	
4	

Recuerda que un número **negativo** elevado al **cuadrado** da **positivo**

OJO al hacer la cuenta!!

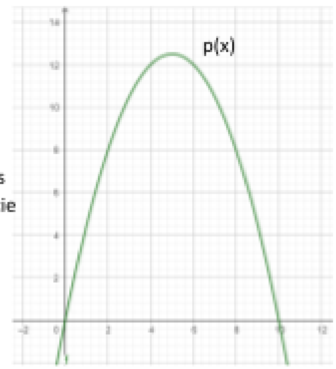
Actividad 10) Resuelve estas situaciones problemáticas, utilizando todo lo aprendido sobre **funciones, funciones lineales** y **funciones cuadráticas,** y dejando detallado todos los procedimientos

A) Antonio va a comprarse un teléfono móvil y está estudiando la oferta de dos compañías distintas:
La compañía **A** le ofrece pagar \$2 por el establecimiento de la llamada y \$0,15 por cada minuto de llamada. La compañía **B** le ofrece pagar \$4 por el establecimiento de la llamada y \$ 0,05 por cada minuto de llamada. Se pide:

a. **Representar** la función del coste de una llamada en cada una de las compañías.
b. **Calcular** cuándo es más recomendable una compañía u otra en función del tiempo de duración de una llamada.
c. Antonio sabe que, aproximadamente, realiza 100 llamadas mensuales que suman un total de 350 minutos. **¿Qué compañía le conviene?**

B) La producción en kilogramos de manzanas de una finca está dada por $p(x) = 5x - 0,5x^2$, donde “x” es el número de **árboles en una determinada superficie A.** (puedes usar el gráfico y/o la fórmula de p(x))

a) ¿Cuántas manzanas se producen si hay 2 árboles en la superficie A?
b) ¿Cuántas manzanas se producen si hay 6 árboles en la superficie A?
c) ¿Cuántos árboles debe haber en esa superficie A, para obtener una producción máxima?
d) Cuándo la cantidad de árboles en esa superficie A supera un cierto número, la competencia por la luz, el agua, etc, hace que la producción decrezca ¿Cuál es la cantidad de árboles en esa superficie A, a partir de la cual no hay producción?
e) ¿Cuál es la máxima producción que se logra?



C) Para desbastar una madera, una máquina logra reducirla 32mm a 16mm en 8 segundos.

a) **Escribe** la expresión que te permite obtener el espesor de la madera en FUNCIÓN del tiempo (en segundos)
b) **USANDO** la expresión anterior
   i) Halla el espesor de la madera a los 6 segundos
   ii) Halla el tiempo que demora para que la madera tenga un espesor de 20mm
   iii) ¿Qué espesor tiene a los 20 segundos? ¿Es lógico el resultado? **EXPLICA**

Ahora aprenderás a graficar una función cuadrática sacando el vértice y las raíces de la misma…

El **vértice** es el punto del eje de simetría, donde la función pasa de decreciente a creciente, o viceversa. Por lo tanto, el vértice, es el mínimo o máximo de la función.

Hallamos el vértice $v = (x_v ; y_v)$ con la siguiente fórmula:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \qquad y_v = f\left(x_v\right)$$

Raíces; se llaman así a los valores donde la gráfica de la función intercepta al eje x. Para determinar la intersección con el eje x, se iguala la función a 0 y se resuelve la ecuación cuadrática. Así, al hacer en la ecuación y = 0, y resolver, se determinan las raíces o ceros de la función. La cantidad de raíces puede ser 2, 1 o 0, caso último en que la gráfica no intercepta al eje x.

Hallamos a las raíces con la fórmula de Baskara: $x_1; x_2 = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Veamos un ejemplo: graficar la función $f(x) = x^2 + 2x - 3$

Identificamos los parámetros a, b y c; donde a = 1 ; b = 2 y c = -3.

Ahora hallaremos el vértice $v = (x_v ; y_v)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2.1} = \frac{-2}{2} =- 1$$

$$y_v = (-1)^2 + 2.(-1) + 1$$

$$y_v = 1 - 2 + 1$$

$$y_v = 0$$

entonces el vértice es $v = (-1 ; 0)$

$y_v = f(x_v)$

Ahora veamos las raíces:

$$x_1; x_2 = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_1; x_2 = \frac{-2\pm\sqrt{2^2-4.1.(-3)}}{2.1}$$

$$x_1; x_2 = \frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2}$$

$$x_1; x_2 = \frac{-2\pm\sqrt{16}}{2}$$

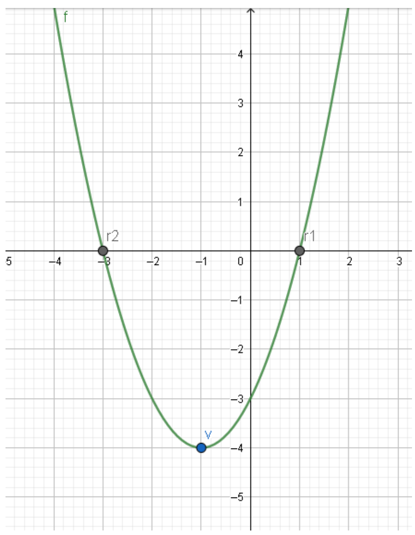
$$x_1; x_2 = \frac{-2\pm4}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Quedando las raíces $r_1(1; 0)$ y $r_2(-3; 0)$

Ahora si procedemos a graficar…



Actividad 11) Para finalizar, graficá las siguientes funciones cuadráticas, hallando su ordenada al origen, vértice y raíces.

a) $g(x) = 2x^2 + 7x + 6$
b) $h(x) = x^2 - 1$
c) $k(x) = x^2 - 4x - 5$
d) $m(x) = -2x^2 + 4x + 8$
e) $p(x) = 2x^2 + 3x + 1$

FIN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA 3…